**CHƯƠNG IV**

**SỐ PHỨC**

# I. SỐ PHỨC

**1. Khái niệm số phức**

 • Tập hợp số phức: *C*

 • Số phức (*dạng đại số*) : 

 (*a, b, a* là phần thực, *b* là phần ảo, *i* là đơn vị ảo, *i2 = –1)*

 • *z* là số thực ⇔ phần ảo của *z* bằng 0 (*b = 0*)

 *z* là thuần ảo ⇔ phần thực của *z* bằng 0 (*a = 0*)

 Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.

 • Hai số phức bằng nhau: 

**2. Biểu diễn hình học**: Số phức *z = a + bi* (*a, b* được biểu diễn bởi điểm *M(a; b)* hay bởi trong mp(Oxy) (mp phức)

 

**3. Cộng và trừ số phức**:

 •  • 

 • Số đối của *z = a + bi* là *–z = –a – bi*

 •  biểu diễn *z*,  biểu diễn *z'* thì biểu diễn *z + z’* và  biểu diễn *z – z’.*

**4. Nhân hai số phức** :

 • 

 • 

**5. Số phức liên hợp** của số phức *z = a + bi* là 

 • ; 

 • *z* là số thực ⇔  ; *z* là số ảo ⇔ 

**6. Môđun của số phức** : *z = a + bi*

 • 

 • 

 •  •  • 

**7. Chia hai số phức**:

 •  (*z ≠ 0)* •  • 

**8. Căn bậc hai của số phức**:

 *• * là căn bậc hai của số phức ** ⇔  ⇔ 

 • *w = 0* có đúng 1 căn bậc hai là *z = 0*

 • *w * có đúng hai căn bậc hai đối nhau

 • Hai căn bậc hai của *a > 0* là 

 • Hai căn bậc hai của *a < 0* là 

**9. Phương trình bậc hai *Az2 + Bz + C = 0*** *(\*)* (A, B, C là các số phức cho trước, A ).

 

 • : (\*) có hai nghiệm phân biệt , ( là 1 căn bậc hai của Δ)

 • : (\*) có 1 nghiệm kép: 

 ***Chú ý:*** *Nếu z0 ∈ C là một nghiệm của (\*) thì  cũng là một nghiệm của (\*).*

**10. Dạng lượng giác của số phức**:

 • *(r > 0)* là dạng lương giác của *z = a + bi*  *(z ≠ 0)*

 

 • *ϕ* là một acgumen của *z*, 

 • 

**11. Nhân, chia số phức dưới dạng lượng giác**

 Cho :

 •  • 

**12. Công thức Moa–vrơ**:

• , ()

 • 

**13. Căn bậc hai của số phức dưới dạng lượng giác**:

 • Số phức (r > 0) có hai căn bậc hai là:

  ****

 **• Mở rộng:** Số phức (r > 0) có *n* căn bậc *n* là:

 

**VẤN ĐỀ 1: Thực hiện các phép toán cộng – trừ – nhân – chia**

 *Áp dụng các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia hai số phức, căn bậc hai của số phức.*

 *Chú ý các tính chất giao hoán, kết hợp đối với các phép toán cộng và nhân.*

1. Tìm phần thực và phần ảo của các số phức sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

 k)  l)  m) 

 o)  p)  q) 

1. Thực hiện các phép toán sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

1. Cho số phức . Tìm phần thực và phần ảo của các số phức sau:

 a)  b) 

1. Phân tích thành nhân tử, với *a, b, c ∈ R*:

 a)  b)  c)  d) 

 e)  f)  g)  h) 

1. Tìm căn bậc hai của số phức:

 a)  b)  c)  d) 

 e)  f)  g)  h) 

 i)  k)  l)  m) 

**VẤN ĐỀ 2: Giải phương trình trên tập số phức**

 *Giả sử z = x + yi. Giải các phương trình ẩn z là tìm x, y thoả mãn phương trình.*

1. Giải các phương trình sau *(ẩn z)*:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

 g)  h) 

 i)  k) 

 l)  m) 

 o)  p) 

 q)  r) 

1. Giải các phương trình sau *(ẩn x)*:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

 g)  h) 

 i)  k) 

 l)  m) 

 o)  p) 

1. Tìm hai số biết tổng và tích của chúng lần lượt là:

 a)  b) 

1. Tìm phương trình bậc hai với hệ số thực nhận α làm nghiệm:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

1. Tìm tham số *m* để mỗi phương trình sau đây có hai nghiệm *z1, z2* thoả mãn điều kiện đã chỉ ra:

 a) b) 

 c) 

1. Cho là hai nghiệm của phương trình . Tính giá trị của các biểu thức sau:

 a)  b)  c) 

1. Giải các hệ phương trình sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

1. Giải các hệ phương trình sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h) 

**VẤN ĐỀ 3: Tập hợp điểm**

*Giả sử số phức z = x + yi được biểu diển điểm M(x; y). Tìm tập hợp các điểm M là tìm hệ thức giữa x và y.*

1. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số *z* thỏa mãn mỗi điều kiện sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

 k)  l)  m) 

1. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số *z* thỏa mãn mỗi điều kiện sau:

 a)  là số thực b)  là số thuần ảo c) 

**VẤN ĐỀ 4: Dạng lượng giác của số phức**

 *Sử dụng các phép toán số phức ở dạng lượng giác.*

1. Tìm một acgumen của mỗi số phức sau:

 a)  b) 4 – 4*i* c) 

 d)  e)  f) 

1. Thực hiện các phép tính sau:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

 g)  h) 

 i)  k) 

1. Viết dưới dạng lượng giác các số phức sau:

 a)  b)  c)  d) 

 e)  f)  g)  h) 

 i)  k)  l)  m) 

1. Viết dưới dạng đại số các số phức sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

 k)  l)  m) 

1. Tính:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

 k)  l) 

1. Chứng minh:

 a)  b) 

 c)  d) 

# II. ÔN TẬP SỐ PHỨC

1. Thực hiện các phép tính sau:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

 g)  h) 

 i)  k) 

1. Cho các số phức . Tính:

 a) b)  c) 

 d)  e)  f) 

1. Rút gọn các biểu thức sau:

 a) 

 b)

1. Tìm các số thực *x, y* sao cho:

 a)  b)

 c) 

1. Tìm các căn bậc hai của các số phức sau:

 a)  b)  c)  d) 

 e)  f)  g)  h) *i, –i*

 i)  k)  l)  m) 

1. Tìm các căn bậc ba của các số phức sau:

 a)  b) –27 c)  d) 

1. Tìm các căn bậc bốn của các số phức sau:

 a)  b)  c)  d) 

1. Giải các phương trình sau:

 a)  b)  c)  d) 

 e)  f)  g) 

1. Gọi là hai căn bậc hai của  và  là hai căn bậc hai của . Tính ?
2. Giải các phương trình sau trên tập số phức:

 a)  b) c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

 k)  l)  m) 

 n)  o)  p) 

1. Giải các phương trình sau trên tập số phức:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

 g)  h) 

 i)  k) 

1. Giải các phương trình sau trên tập số phức:

 a)  b)  c) 

 d)  e) 

1. Giải các phương trình sau biết chúng có một nghiệm thuần ảo:

 a) b) 

1. Tìm *m* để phương trình sau: 

 a) Chỉ có đúng 1 nghiệm phức b) Chỉ có đúng 1 nghiệm thực

 c) Có ba nghiệm phức

1. Tìm *m* để phương trình sau: có ít nhất một nghiệm thực
2. Tìm tất cả các số phức *z* sao cho  là số thực.
3. Giải các phương trình trùng phương:

 a)  b) 

 c) 

1. Cho  là hai nghiệm của phương trình: . Tính giá trị của các biểu thức sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

1. Cho  là hai nghiệm của phương trình: . Tính giá trị của các biểu thức sau:

 a)  b)  c) 

1. Tìm tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức thoả mãn hệ thức sau:

 a)  b)  c) 

1. Hãy tính tổng  biết rằng .
2. Viết dưới dạng lượng giác các số phức sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g) 

1. Tìm môđun và một acgumen của các số phức sau:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

 g)  h)  i) 

1. Tìm môđun và một acgumen của các số phức sau:

 a)  b)  c) 

1. Chứng minh các biểu thức sau có giá trị thực:

 a) b) 

 c)  d) 

 e) 

1. Trong các số phức *z* thoả mãn điều kiện . Tìm số phức *z* có môđun nhỏ nhất.
2. Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số phức sau: 

 a) Chứng minh ABC là tam giác vuông cân.

 b) Tìm số phức biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình vuông.

1. Giải các phương trình sau, biết chúng có một nghiệm thuần ảo:

 a)  b) 

 c) 

1. Cho đa thức .

 a) Tính  b) Giải phương trình .

1. Giải phương trình , biết  là một nghiệm của phương trình.
2. Giải các phương trình sau:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e) 

1. Giải các phương trình sau:

 a)  b) 

 c)  d) 

1. Chứng minh rằng: nếu  thì .
2. Cho các số phức . Chứng minh:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) Nếu  thì .



***Chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp và các em học sinh đã đọc tập tài liệu này.***