# IV. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

**1. Phương trình tham số của đường thẳng**

 • **Phương trình tham số** của đường thẳng *d* đi qua điểm  và có VTCP :

 **

 • Nếu  thì  *đgl* ***phương trình chính tắc*** *của d.*

**2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng**

 Cho hai đường thẳng *d*, *d′* có phương trình tham số lần lượt là:

  và 

 *• d // d′ ⇔* 

 *⇔  ⇔  ⇔ *

 *• d ≡ d′ ⇔* 

 *⇔  ⇔ *

 *⇔ *

 *• d, d′ cắt nhau ⇔ hệ*  *(ẩn t, t′) có đúng một nghiệm*

 *⇔  ⇔ *

 *• d, d′ chéo nhau ⇔* 

 *⇔  ⇔ *

 *• d ⊥ d′ ⇔  ⇔ *

**3. Vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt phẳng**

 Cho mặt phẳng (α):  và đường thẳng *d*: 

 Xét phương trình:  (ẩn *t*) (\*)

 *• d // (α) ⇔ (\*) vô nghiệm*

 *• d cắt (α) ⇔ (\*) có đúng một nghiệm*

 *• d ⊂ (α) ⇔ (\*) có vô số nghiệm*

**4. Vị trí tương đối giữa một đường thẳng và một mặt cầu**

 Cho đường thẳng *d*:  (1) và mặt cầu *(S)*:  (2)

 Để xét VTTĐ của *d* và *(S)* ta thay (1) vào (2), được một phương trình (\*).

 *• d và (S) không có điểm chung ⇔ (\*) vô nghiệm ⇔ d(I, d) > R*

 *• d tiếp xúc với (S) ⇔ (\*) có đúng một nghiệm ⇔ d(I, d) = R*

 *• d cắt (S) tại hai điểm phân biệt ⇔ (\*) có hai nghiệm phân biệt ⇔ d(I, d) < R*

**5. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng** *(chương trình nâng cao)*

 Cho đường thẳng *d* đi qua *M0* và có VTCP  và điểm M.

 

**6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau** *(chương trình nâng cao)*

 Cho hai đường thẳng chéo nhau *d1* và *d2*.

 *d1* đi qua điểm *M1* và có VTCP , *d2* đi qua điểm *M2* và có VTCP 

 

 ***Chú ý:*** *Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d1, d2 bằng khoảng cách giữa d1 với mặt phẳng (α) chứa d2 và song song với d1.*

**7. Khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song**

 *Khoảng cách giữa đường thẳng d với mặt phẳng (α) song song với nó bằng khoảng cách từ một điểm M bất kì trên d đến mặt phẳng (α).*

**8. Góc giữa hai đường thẳng**

 *Cho hai đường thẳng d1, d2 lần lượt có các VTCP .*

 *Góc giữa d1, d2* ***bằng*** *hoặc* ***bù*** *với góc giữa .*

 **

**9. Góc giữa một đường thẳng và một mặt phẳng**

 *Cho đường thẳng d có VTCP  và mặt phẳng (α) có VTPT .*

 *Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng góc giữa đường thẳng d với hình chiếu d′ của nó trên (α).*

 **

**VẤN ĐỀ 1: Lập phương trình đường thẳng**

 *Để lập phương trình đường thẳng d ta cần xác định một* ***điểm*** *thuộc d và một* ***VTCP*** *của nó.*

**Dạng 1:** *d* đi qua điểm  và có VTCP ******:

 ******

**Dạng 2:** *d* đi qua hai điểm *A, B*:

 *Một VTCP của d là .*

**Dạng 3:** *d* đi qua điểm  và song song với đường thẳng Δ cho trước:

 *Vì d // Δ nên VTCP của Δ cũng là VTCP của d.*

**Dạng 4:** *d* đi qua điểm  và vuông góc với mặt phẳng (P) cho trước:

 *Vì d ⊥ (P) nên VTPT của (P) cũng là VTCP của d.*

**Dạng 5:** *d* là giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q):

 *• Cách 1: Tìm một điểm và một VTCP.*

 *– Tìm toạ độ một điểm A ∈ d: bằng cách giải hệ phương trình  (với việc chọn giá trị cho một ẩn)*

 *– Tìm một VTCP của d: *

 *• Cách 2: Tìm hai điểm A, B thuộc d, rồi viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm đó.*

**Dạng 6:** *d* đi qua điểm  và vuông góc với hai đường thẳng *d1, d2:*

 *Vì d ⊥ d1, d ⊥ d2 nên một VTCP của d là: *

**Dạng 7:** *d* đi qua điểm , vuông góc và cắt đường thẳng *Δ.*

 *• Cách 1: Gọi H là hình chiếu vuông góc của M0 trên đường thẳng Δ.*

 **

 *Khi đó đường thẳng d là đường thẳng đi qua M0, H.*

 *• Cách 2: Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d; (Q) là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Khi đó d = (P) ∩ (Q)*

**Dạng 8:** *d* đi qua điểm  và cắt hai đường thẳng *d1, d2:*

*• Cách 1: Gọi M1 ∈ d1, M2 ∈ d2. Từ điều kiện M, M1, M2 thẳng hàng ta tìm được M1, M2. Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d.*

 *• Cách 2: Gọi (P) = , (Q) = . Khi đó d = (P) ∩ (Q). Do đó, một VTCP của d có thể chọn là .*

**Dạng 9:** *d* nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng *d1, d2:*

 *Tìm các giao điểm A = d1 ∩ (P), B = d2 ∩ (P). Khi đó d chính là đường thẳng AB.*

**Dạng 10:** *d* song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng *d1, d2:*

 *Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d1, mặt phẳng (Q) chứa Δ và d2.*

 *Khi đó d = (P) ∩ (Q).*

**Dạng 11:** *d* là đường vuông góc chung của hai đường thẳng *d1, d2* chéo nhau:

 *• Cách 1: Gọi M ∈ d1, N ∈ d2. Từ điều kiện , ta tìm được M, N.*

 *Khi đó, d là đường thẳng MN.*

 *• Cách 2:*

 *– Vì d ⊥ d1 và d ⊥ d2 nên một VTCP của d có thể là: .*

 *– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d1, bằng cách:*

 *+ Lấy một điểm A trên d1.*

 *+ Một VTPT của (P) có thể là: .*

 *– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d2.*

 *Khi đó d = (P) ∩ (Q).*

**Dạng 12:** *d* là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P):

 *• Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) bằng cách:*

 *– Lấy M ∈ Δ.*

 *– Vì (Q) chứa Δ và vuông góc với (P) nên .*

 *Khi đó d = (P) ∩ (Q).*

**Dạng 13:** *d* đi qua điểm M, vuông góc với *d1* và cắt *d2*:

 *• Cách 1: Gọi N là giao điểm của d và d2. Từ điều kiện MN ⊥ d1, ta tìm được N.*

 *Khi đó, d là đường thẳng MN.*

 *• Cách 2:*

 *– Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d1.*

 *– Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa M và d2.*

 *Khi đó d = (P) ∩ (Q).*

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm M và có VTCP  cho trước:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A, B cho trước:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) cho trước:

 a)  b)  c) 

 d)  e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với hai đường thẳng *d1, d2* cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc và cắt đường thẳng Δ cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và cắt cả hai đường thẳng *d1, d2* cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng nằm trong mặt phẳng *(P)* và cắt cả hai đường thẳng *d1, d2* cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng song song với đường thẳng Δ và cắt cả hai đường thẳng *d1, d2* cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau *d1, d2* cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng *d* là hình chiếu của đường thẳng Δ trên mặt phẳng (P) cho trước:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

 g)  h) 

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng *d1* và cắt đường thẳng *d2* cho trước:

 a) 

 b) 

 c) 

1. Cho tứ diện ABCD có A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1); D(1; 1; 1). Viết phương trình tham số của các đường thẳng sau:

 a) Chứa các cạnh của tứ diện tứ diện ABCD.

 b) Đường thẳng qua C và vuông góc với mp(ABD).

 c) Đường thẳng qua A và qua trọng tâm của tam giác BCD.

1. Cho tam giác ABC có A(1; 2; 5) và hai trung tuyến: , . Viết phương trình tham số của các đường thẳng sau:

 a) Chứa các cạnh của tam giác ABC.

 b) Đường phân giác trong của góc A.

1. Cho tam giác ABC có . Viết phương trình tham số của các đường thẳng sau:

 a) Trung tuyến AM. b) Đường cao BH.

 c) Đường phân giác trong BK. d) Đường trung trực của BC trong ΔABC.

1. Cho bốn điểm .

 a) Chứng minh S.ABC là một hình chóp.

 b) Viết phương trình tham số của các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp.

 c) Viết phương trình đường vuông góc chung của SA và BC.

1. Cho bốn điểm .

 a) Chứng minh S.ABC là một tứ diện.

 b) Viết phương trình các hình chiếu của SA, SB trên mặt phẳng (ABC).