**VẤN ĐỀ 2: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng**

*Để xét VTTĐ giữa hai đường thẳng, ta có thể sử dụng một trong các phương pháp sau:*

 *• Phương pháp hình học: Dựa vào mối quan hệ giữa các VTCP và các điểm thuộc các đường thẳng.*

 *• Phương pháp đại số: Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình các đường thẳng.*

1. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng *d1, d2* cho trước:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

 f) 

 g) 

 h) 

1. Chứng tỏ rằng các cặp đường thẳng sau đây chéo nhau. Viết phương trình đường vuông góc chung của chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

 f) 

 g) 

1. Tìm giao điểm của hai đường thẳng *d1 và d2*:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

1. Tìm *m* để hai đường thẳng *d1 và d2* cắt nhau. Khi đó tìm toạ độ giao điểm của chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

**VẤN ĐỀ 3: Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng**

*Để xét VTTĐ giữa đường thẳng và mặt phẳng, ta có thể sử dụng một trong các phương pháp sau:*

 *• Phương pháp hình học: Dựa vào mối quan hệ giữa VTCP của đường thẳng và VTPT của mặt phẳng.*

 *• Phương pháp đại số: Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình đường thẳng và mặt phẳng.*

1. Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng *d và* mặt phẳng *(P)*. Tìm giao điểm (nếu có) của chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

 f) 

 g) 

1. Cho đường thẳng *d và* mặt phẳng *(P)*. Tìm *m, n*  để:

 i) *d* cắt *(P).* ii) *d* // *(P)*. iii) *d* ⊥ *(P).* iv) *d* ⊂ *(P).*

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

1. Cho đường thẳng *d và* mặt phẳng *(P)*. Tìm *m, n*  để:

 a)  cắt  tại điểm có tung độ bằng 3.

 b)  cắt  tại điểm có cao độ bằng –1.

 c)  cắt 

**VẤN ĐỀ 4: Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu**

*Để xét VTTĐ giữa đường thẳng và mặt cầu ta có thể sử dụng các phương pháp sau:*

 *• Phương pháp hình học: Dựa vào khoảng cách từ tâm mặt cầu đến đường thẳng và bán kính.*

 *• Phương pháp đại số: Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình đường thẳng và mặt cầu.*

1. Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng *d và* mặt cầu *(S)*. Tìm giao điểm (nếu có) của chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

 f) 

 g) 

1. Biện luận theo *m,* vị trí tương đối giữa đường thẳng *d và* mặt cầu *(S)*:

 a) 

 b) 

 c) 

1. Viết phương trình mặt cầu *(S)* có tâm *I* và tiếp xúc với đường thẳng *d*:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

1. Cho mặt cầu *(S)* có tâm I(2; 1; 3) và bán kính R = 3. Viết phương trình tiếp tuyến *d* của *(S)*, biết:

 a) *d* đi qua A(0; 0; 5) ∈ *(S)* và có VTCP .

 b) *d* đi qua A(0; 0; 5) ∈ *(S)* và vuông góc với mặt phẳng: 

1. Cho tứ diện ABCD. Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với các cạnh của tứ diện, với:

 a) A(1; 1; 1), B(3; 3; 1), C(3; 1; 3), D(1; 3; 3).

 b) A(1; 0; 2), B(2; –1; 1), C(0; 2; 1), D(–1; 3; 0).

 c) A(3; 2; 1), B(1; –2; 1), C(–2; 2; –2), D(1; 1; –1).

 d) A(1; 0; 11), B(0; 1; 10), C(1; 1; 8), D(–3; 1; 2).

**VẤN ĐỀ 5: Khoảng cách**

***1. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d***

 *• Cách 1: Cho đường thẳng d đi qua M0 và có VTCP .*

 **

 *• Cách 2: – Tìm hình chiếu vuông góc H của M trên đường thẳng d.*

 *– d(M,d) = MH.*

 *• Cách 3: – Gọi N(x; y; z) ∈ d. Tính MN2 theo t (t tham số trong phương trình đường thẳng d).*

 *– Tìm t để MN2 nhỏ nhất.*

 *– Khi đó N ≡ H. Do đó d(M,d) = MH.*

***2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau***

 *Cho hai đường thẳng chéo nhau d1 và d2.*

 *d1 đi qua điểm M1 và có VTCP , d2 đi qua điểm M2 và có VTCP *

 **

***Chú ý:*** *Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d1, d2 bằng khoảng cách giữa d1 với mặt phẳng (α) chứa d2 và song song với d1.*

***3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song*** *bằng khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

***4. Khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song***

 *Khoảng cách giữa đường thẳng d với mặt phẳng (α) song song với nó bằng khoảng cách từ một điểm M bất kì trên d đến mặt phẳng (α).*

1. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng *d*:

 a)  b) 

 c)  d) 

 e)  f) 

1. Chứng minh hai đường thẳng *d1, d2* chéo nhau. Tính khoảng cách giữa chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

 f) 

 g) 

1. Chứng minh hai đường thẳng *d1, d2* song song với nhau. Tính khoảng cách giữa chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

1. Chứng minh đường thẳng *d* song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách giữa chúng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

**VẤN ĐỀ 6: Góc**

***1. Góc giữa hai đường thẳng***

 *Cho hai đường thẳng d1, d2 lần lượt có các VTCP .*

 *Góc giữa d1, d2* ***bằng*** *hoặc* ***bù*** *với góc giữa .*

 **

***2. Góc giữa một đường thẳng và một mặt phẳng***

 *Cho đường thẳng d có VTCP  và mặt phẳng (α) có VTPT .*

 *Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng góc giữa đường thẳng d với hình chiếu d′ của nó trên (α).*

 **

1. Tính góc giữa hai đường thẳng:

 a) 

 b) 

 c) 

 d) 

 e) 

 f)  và *d2* làcác trục toạ độ.

 g) 

 h) 

1. Chứng minh hai đường thẳng sau vuông góc với nhau:

 a) 

 b)

1. Tìm *m* để góc giữa hai đường thẳng sau bằng α:

 a) .

 b)

1. Tính góc giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng *(P)*::

 a) .

 b) 

 c) 

 d) 

1. Cho tứ diện ABCD có A(3; 2; 6), B(3; –1; 0), C(0; –7; 3), D(–2; 1; –1).

 a) Chứng minh các cặp cạnh đối của tứ diện đôi một vuông góc với nhau.

 b) Tính góc giữa AD và mặt phẳng (ABC).

 c) Tính góc giữa AB và trung tuyến AM của tam giác ACD.

 d) Chứng minh AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Tính thể tích của tứ diện ABCD.

1. Cho tứ diện SABC có S(1; 2; 1), A(3; 2; 1), B(1; 3; 1), C(1; –2; 5).

 a) Viết phương trình của các mặt phẳng (ABC), (SAB), (SAC).

 b) Tính góc tạo bởi SC và (ABC) và góc tạo bởi SC và AB.

 c) Tính các khoảng cách từ C đến (SAB) và từ B đến (SAC).

 d) Tính khoảng cách từ C đến AB và khoảng cách giữa SA và BC.

1. Cho tứ diện SABC có S(1; –2; 3), A(2; –2; 3), B(1; –1; 3), C(1; –2; 5).

 a) Tìm phương trình các hình chiếu của SA, SB trên mặt phẳng (ABC).

 b) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Tính góc tạo bởi SM và NP và góc tạo bởi SM và (ABC).

 c) Tính các khoảng cách giữa SM và NP, SP và MN.