**VẤN ĐỀ 7: Một số vấn đề khác**

***1. Viết phương trình mặt phẳng***

*•* ***Dạng 1:*** *Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và đường thẳng d:*

*– Trên đường thẳng d lấy hai điểm B, C.*

*– Một VTPT của (P) là: .*

*•* ***Dạng 2:*** *Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng song song d1, d2:*

*– Xác định VTCP  của d1 (hoặc d2).*

*– Trên d1 lấy điểm A, trên d2 lấy điểm B. Suy ra A, B ∈ (P).*

*– Một VTPT của (P) là: .*

*•* ***Dạng 3: M****ặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau d1, d2:*

*– Lấy điểm A ∈ d1 (hoặc A ∈ d2) ⇒ A ∈ (P).*

*– Xác định VTCP  của d1,  của d2.*

*– Một VTPT của (P) là: .*

*•* ***Dạng 4:*** *Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d1 và song song với đường thẳng d2 (d1, d2 chéo nhau):*

*– Xác định các VTCP  của các đường thẳng d1, d2.*

*– Một VTPT của (P) là: .*

*– Lấy một điểm M thuộc d1 ⇒ M ∈ (P).*

*•* ***Dạng 5:*** *Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng chéo nhau d1, d2:*

*– Xác định các VTCP  của các đường thẳng d1, d2.*

***–*** *Một VTPT của (P) là:* ***.***

***2. Xác định hình chiếu H của một điểm M lên đường thẳng d***

*• Cách 1: – Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d.*

*– Khi đó: H = d ∩ (P)*

*• Cách 2: Điểm H được xác định bởi: *

***3. Điểm đối xứng M' của một điểm M qua đường thẳng d***

*• Cách 1: – Tìm điểm H là hình chiếu của M trên d.*

*– Xác định điểm M′ sao cho H là trung điểm của đoạn MM′.*

*• Cách 2: – Gọi H là trung điểm của đoạn MM′. Tính toạ độ điểm H theo toạ độ của M, M′.*

*– Khi đó toạ độ của điểm M′ được xác định bởi: .*

***4. Xc định hình chiếu H của một điểm M lên mặt phẳng (P)***

*• Cách 1: – Viết phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với (P).*

*– Khi đó: H = d ∩ (P)*

*• Cách 2: Điểm H được xác định bởi: *

***5. Điểm đối xứng M' của một điểm M qua mặt phẳng (P)***

*• Cách 1: – Tìm điểm H là hình chiếu của M trên (P).*

*– Xác định điểm M′ sao cho H là trung điểm của đoạn MM′.*

*• Cách 2: – Gọi H là trung điểm của đoạn MM′. Tính toạ độ điểm H theo toạ độ của M, M′.*

*– Khi đó toạ độ của điểm M′ được xác định bởi: .*

1. Viết phương trình của mặt phẳng *(P)* đi qua điểm A và đường thẳng *d*:

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

1. Viết phương trình của mặt phẳng *(P)* đi qua hai đường thẳng song song *d1, d2:*

a) 

b) 

c) 

d) 

1. Viết phương trình của mặt phẳng *(P)* đi qua hai đường thẳng cắt nhau *d1, d2:*

a) 

b) 

c) 

d) 

1. Cho hai đường thẳng chéo nhau *d1, d2*. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa *d1* và song song với *d2*:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

1. Tìm toạ độ hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng *d* và điểm M′ đối xứng với M qua đường thẳng *d*:

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

g)  h) 

1. Tìm toạ độ hình chiếu H của điểm M trên mặt phẳng *(P)* và điểm M′ đối xứng với M qua mặt phẳng *(P)*:

a)  b) 

c)  d) 

e)  f) 

**BÀI TẬP ÔN PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

1. Tìm trên trục Ox điểm M cách đều đường thẳng: và mặt phẳng .
2. Cho 2 điểm A(1; 0; 0) và B(0; 2; 0). Viết phương trình của mp qua AB và tạo với mp(Oxy) một góc 60.
3. Viết phương trình của đường thẳng (d) qua A(3; –1; 1) nằm trong mp: x – y + z – 5 = 0 và hợp với đường thẳng:  một góc .
4. Gọi  là mặt phẳng qua A(2; 0; 1) và B(–2; 0; 5) và hợp với mp(*Oxz*) một góc 45. Tính khoảng cách từ O đến mp.
5. Chứng minh rằng 2 đường thẳng : và :cùng nằm trong một mặt phẳng. Viết phương trình mặt phẳng ấy.
6. Cho hai điểm A(1; 2; –1), B(7; –2; 3) và đường thẳng 

a) Chứng minh rằng đường thẳng *d* và đường thẳng AB cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Tìm điểm I thuộc *d* sao cho IA + IB nhỏ nhất.

1. Trong không gian *Oxyz* cho 4 điểm A(1; 2; 3), B(–2; 1; 0), C(–1; 0; 2), D(0; 2; 3).

1) Chứng minh ABCD là một tứ diện. Tính thể tích tứ diện đó.

2) Tìm điểm M sao cho :.

3) Xác định toạ độ trọng tâm tứ diện ABCD.

4) Viết phương trình mặt phẳng trung trực của các đoạn thẳng AB, AC, BC.

5) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với trục *Oz*.

6) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và B và vuông góc với mặt phẳng .

7) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng 2x + 3y – z = 0,

x + 2y – 3z = 0.

8) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chắn các nửa trục dương Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm I , J, K sao cho thể tích tứ diện OIJK nhỏ nhất.

9) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chắn các nửa trục dương Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm I , J, K sao cho OI + OJ + OK nhỏ nhất.

10) Viết phương trình mặt phẳng đi qua C, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng x + 2y – 3z = 0.

11) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và qua giao tuyến của hai mặt phẳng :

(P): x + y + z – 4 =0, (Q):3x – y + z – 1 = 0.

12) Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chứa đường thẳng :.

13) Tìm điểm A’ đối xứng với điểm A qua đường thẳng *d*: và tính khoảng cách từ A đến đường thẳng *d*:

14) Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm A và mặt phẳng (P): x + 3y + 2 = 0.

15) Viết phương trình đường thẳng qua A, song song với mặt phẳng (P): x – y – z – 4 = 0 và vuông góc với đường thẳng Δ:.

16) Viết phương trình đường thẳng qua A vuông góc và cắt đường thẳng: .

17) Tìm điểm P thuộc mặt phẳng (P): 2x – 3y – z +2 = 0 sao cho PA+PB nhỏ nhất.

18) Chứng minh rằng đường thẳng AB và đường thẳng *d* : cùng thuộc một mặt phẳng. Tìm điểm N thuộc *d* sao cho NA + NB nhỏ nhất.

19) Viết phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với đường thẳng:  và cắt đường thẳng: .

20) Viết phương trình hình chiếu của đường thẳng AB lên mặt phẳng (P): x + 3y – z = 0.

21) Tính góc tạo bỡi đường thẳng AB với mặt phẳng (BCD).

22) G là trọng tâm ΔABC, G’ là một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng (P): 2x – 3y + z +3 = 0. Chứng minh rằng:  nhỏ nhất khi và chỉ khi G' là hình chiếu của G lên (P). Tìm toạ độ điểm G’.

23) Lập phương trình mặt cầu đi qua A, B, C và có tâm thuộc mp(Oxy)

24) Lập phương trình tiếp diện của mặt cầu *(S)*: tại B.

25) Lập phương trình mặt phẳng qua A và tiếp xúc với mặt cầu *(S)* có phương trình:

.

26) Lập phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.